

# **ΦΥΣΙΚΗ**

**Θέμα: «Μελέτη της βολής με κατασκευή και εκτόξευση  
χάρτινων πυραύλων με χρήση εκτοξευτή που λειτουργεί με  
πιεσμένο αέρα»**

**Τάξη Γ΄ : Λεμπιδάκης Αποστόλης, Καπετανάκης Δημήτρης, Κοπιδάκης  
Γιώργος, Ζαμπετάκης Μιχάλης**

**Υπεύθυνος καθηγητής: Κληρονόμος Δημήτρης**

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. Περιγραφή κατασκευής εκτοξευτήρα και βάσης στήριξης (Υλικά, τρόπος συναρμολόγησης)
2. Κατασκευή χάρτινου πυραύλου (Υλικά, τρόπος δουλειάς)
3. Μαθηματικό μέρος
4. Μετρήσεις - Υπολογισμοί
5. Συμπεράσματα – Σχολιασμός
6. Πρόβλεψη βεληνεκούς
7. Παράρτημα

## Λίγα λόγια ως εισαγωγή

Η ιδέα για την εργασία μας προήρθε από μια ανάρτηση στο Internet. Στην ανάρτηση αυτή, παρουσιαζόταν οδηγίες για την κατασκευή ενός εκτοξευτήρα πιεσμένου αέρα ο οποίος μπορούσε να εκτοξεύει χάρτινες ρουκέτες.

Κάποια sites που μας κέντρισαν το ενδιαφέρον, από τα οποία πήραμε ιδέες και οδηγίες ήταν τα εξής:

<http://www.scienceinschool.org/2012/issue22/rockets/greek>

<http://makezine.com/projects/Compressed-Air-Rocket/#.UOb3kay9e1g>

<https://www.youtube.com/watch?v=eNFfK5uo6D0>

Η ιδέα μας φάνηκε ελκυστική και αποφασίσαμε να την υλοποιήσουμε. Είχαμε με την περιέργεια να ελέγξουμε εάν οι οδηγίες κατασκευής μπορούσαν να πραγματοποιηθούν εύκολα αλλά και εάν τα σχετικά videos που εμφάνιζαν εντυπωσιακές βολές ήταν αληθινά.

Μετά από αρκετή ενασχόληση με το θέμα, κάνοντας τις απαραίτητες προσαρμογές αλλά και αρκετές αυθαιρεσίες, ολοκληρώσαμε την κατασκευή του εκτοξευτή.

Στη συνέχεια, έπρεπε να κατασκευάσουμε τις ρουκέτες. Μετά από πολλές δοκιμές καταλήξαμε σ'έναν τρόπο κατασκευής που εξασφάλιζε την καλύτερη συμπεριφορά στις βολές και αντοχή στη χρήση αν και το πρόβλημα που συναντήσαμε ήταν ότι μετά από ένα αριθμό βολών, οι ρουκέτες φθείρονταν και γίνονταν ακατάλληλες για χρήση.

Το τρίτο μέρος αυτής της εργασίας, που εξασφαλίζει και την πρωτοτυπία της, είναι ότι μετρήσαμε το βεληνεκές κάθε βολής που κάναμε και το συγκρίναμε με το θεωρητικό βεληνεκές (αυτό που επιτυγχάνεται αν δεν υπάρχει αντίσταση του αέρα). Από τη σύγκριση αυτή βγάλαμε κάποια συμπεράσματα και προσπαθήσαμε να τα ερμηνεύσουμε.

Επίσης υπολογίσαμε την απόκλιση του πραγματικού βεληνεκού από το θεωρητικό, με απώτερο σκοπό να μπορέσουμε να προβλέψουμε το βεληνεκές κάθε βολής μας, εφόσον αυτό σχετίζεται με τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά κάθε βολής.

# 1. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΕΚΤΟΞΕΥΤΗΡΑ ΚΑΙ ΒΑΣΗΣ ΣΤΗΡΙΞΗΣ

## ΥΛΙΚΑ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΣΥΣΚΕΥΗΣ ΕΚΤΟΞΕΥΣΗΣ



ταυ Φ63 για το θάλαμο πίεσης



σωλήνας Φ63 για το θάλαμο πίεσης



τάπες Φ63 (για το θάλαμο πίεσης) - στη μια τάπα έχει προσαρμοστεί βαλβίδα για την παροχή αέρα



διάφοροι σύνδεσμοι



Ηλεκτροβάννα 24V



μανόμετρο γλυκερίνης



ταυ βιδωτό 1''



Κομμάτι σωλήνα Φ20 (σωλήνας εκτόξευσης)

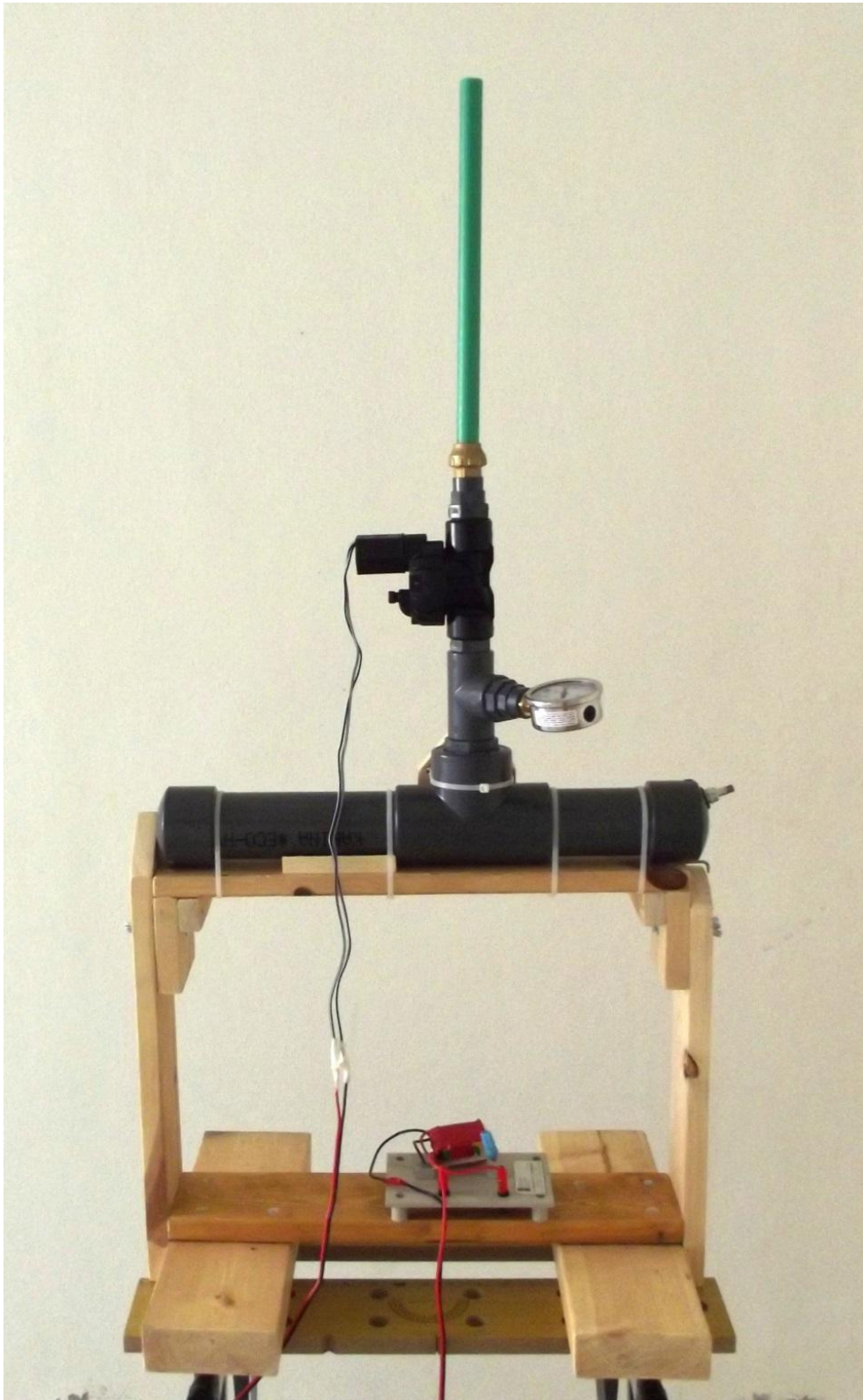
## Τρόπος σύνδεσης των κομματιών του εκτοξευτή



Για την ενεργοποίηση της ηλεκτροβάνας χρησιμοποιήθηκαν δύο μπαταρίες 9 V και διακόπτης.

## ΒΑΣΗ ΣΤΗΡΙΞΗΣ ΕΚΤΟΞΕΥΤΗ





Η κατασκευή ολοκληρωμένη

## 2. ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΧΑΡΤΙΝΟΥ ΠΥΡΑΥΛΟΥ

### ΥΛΙΚΑ:

Πλαστικός σωλήνας διαμέτρου 2,1 cm  
1 φύλλο χαρτί A3  
1 φύλλο χαρτί A4  
χαρτοταινία πάχους 2,5 cm  
χαρτοταινία πάχους 5 cm  
πλαστελίνη  
βαμβάκι ή χαρτί  
κόλλα



### ΕΚΤΕΛΕΣΗ:

Παίρνουμε το σωλήνα, τυλίγουμε γύρω του την κόλλα A3 και την καλύπτουμε με την χαρτοταινία των 5 cm.

Μετά καλύπτουμε πολύ καλά τη μια από τις δύο τρύπες του κυλίνδρου που έχει δημιουργηθεί με την χαρτοταινία των 2,5 cm. Έτσι δημιουργούμε το σώμα του πυραύλου.

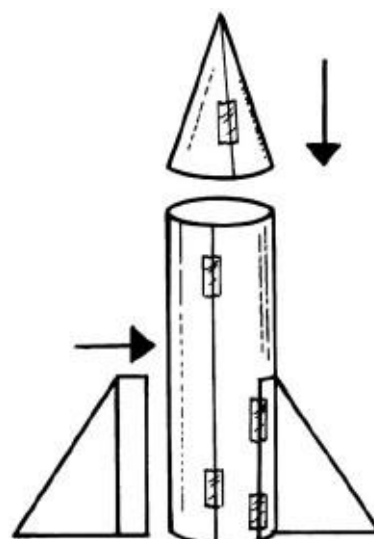
Κόβουμε από την κόλλα A4 ένα τετράγωνο κομμάτι και το τυλίγουμε ώστε να δημιουργηθεί μία μύτη και χρησιμοποιούμε τη χαρτοταινία των 2,5 cm ώστε να την τυλίξουμε.

Βάζουμε μέσα στη μύτη βαμβάκι ή χαρτί και πλαστελίνη για να βαρύνει και να σκληρύνει ώστε να μην φθείρεται εύκολα.



Ενώνουμε πολύ προσεχτικά τη μύτη με το σώμα του πυραύλου χρησιμοποιώντας χαρτοταινία και κόλλα.

Φτιάχνουμε 3 πτερύγια και τα προσαρμόζουμε στον πύραυλο με τη βοήθεια της χαρτοταινίας. Περνάμε τον πύραυλο με ξυλόκολλα για να σκληρύνει και να αποφευχθούν καταστροφές στο σώμα του λόγω των εκτοξεύσεων.





### 3. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Για να βρούμε ένα τύπο που θα υπολογίζει το βεληνεκές του πυραύλου, κάνουμε τους παρακάτω υπολογισμούς.

Δύναμη που ασκείται στον πύραυλο  $P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = P A$  (1)

Η επιφάνεια στην οποία ασκείται η δύναμη (στη βάση της κεφαλής του πυραύλου) ( $D$ : η διάμετρος του πυραύλου)

$$A = \frac{\pi D^2}{4} \quad (2)$$

(1) και (2)  $\Rightarrow F = \frac{P\pi D^2}{4}$  (3)

Επιτάχυνση πυραύλου (κατά την εκτόξευση),  $F = m a \Rightarrow a = \frac{F}{m} \Rightarrow (3)$

$$\Rightarrow a = \frac{P\pi D^2}{4m} \quad (4)$$

Διάστημα που διανύει ο πύραυλος όσο διαρκεί η επιταχυνόμενη κίνησή του πάνω στον εκτοξευτήρα (όσο χρόνο σπρώχνεται από τον αέρα). Είναι ίσο με το μήκος του σώματος του πυραύλου ( $L$ ).

$$L = \frac{1}{2} a t_0^2 \quad (5)$$

$v_0$ , αρχική ταχύτητα βολής

$t_0$ , χρόνος που διαρκεί η επιταχυνόμενη κίνηση πάνω στον εκτοξευτήρα

$$v_0 = a t_0 \Rightarrow t_0 = \frac{v_0}{a} \quad (6)$$

(5) και (6)  $\Rightarrow v_0 = \sqrt{2La}$  (7)

(7) και (4)  $\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2LP\pi D^2}{4m}} \Rightarrow v_0 = D \sqrt{\frac{\pi LP}{2m}}$  (8)

Από τη μελέτη της κατακόρυφης κίνησης του πυραύλου προκύπτει ότι ο χρόνος που διαρκεί η πτήση είναι :

$$t = \frac{2v_0 \eta \mu \theta}{g} \quad (9)$$

Το βεληνεκές του πυραύλου υπολογίζεται από τον επόμενο τύπο:

$$x = v_0 t \sigma \nu \theta \quad (10)$$

$$(9) \text{ και } (10) \Rightarrow x = \frac{2v_0^2 \eta \mu \theta \sigma \nu \theta}{g} \quad (11)$$

$$(11) \text{ και } (8) \Rightarrow x = \frac{2D^2 \pi L P \eta \mu \theta \sigma \nu \theta}{2gm} \Rightarrow$$

$$X = \frac{D^2 \pi L P \eta \mu 2\theta}{2mg}$$

## 4. ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ - ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ

Υπολογίστηκαν οι θεωρητικές τιμές του βεληνεκούς (στήλη -θεωρ-) για συγκεκριμένες γωνίες βολής (45, 30 και 20 μοίρες) και συγκεκριμένη πίεση εκτόξευσης (3, 4, 5 και 6 bar)

Στο κόκκινο κελί είναι η μάζα κάθε πυραύλου.

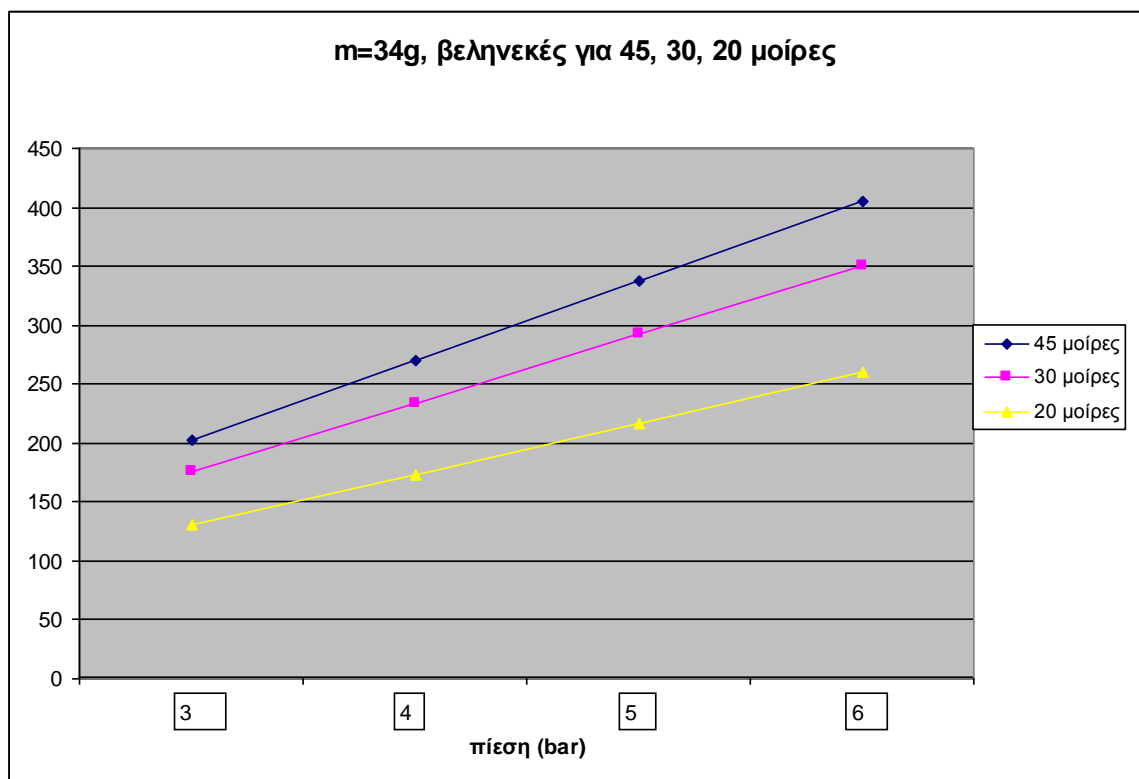
Στη στήλη -πραγ- καταγράφονται οι τιμές που μετρήθηκαν κατά τις βολές.

		45		30		20	
		πραγ	θεωρ	πραγ	θεωρ	πραγ	θεωρ
m	bar						
28,65	3			<b>85</b>	207,92	<b>87,5</b>	154,37
	4				277,23		205,83
	5				346,53		257,29
	6				415,84		308,75
31,5	3	<b>68,5</b>	218,02		188,8	<b>102</b>	140,41
	4	<b>71,8</b>	290,69		251,74		187,21
	5		363,36		314,67		234
	6		436,03		377,6		280,81
34	3	81	202,31	<b>85,3</b>	175,2	<b>89,7</b>	130,08
	4		269,74	<b>108,5</b>	233,6	<b>96</b>	173,44
	5		337,18	<b>120,3</b>	292		216,81
	6		404,61		350,4		260,17
39,25	3				151,79	<b>76</b>	112,68
	4				202,35	<b>83</b>	150,24
	5				252,94	<b>109</b>	187,81
	6				303,53		225,37
41,7	3	<b>78</b>	164,95	<b>83,2</b>	142,85	<b>83</b>	106,06
	4		219,93	<b>101,7</b>	190,46		141,42
	5		274,92	<b>107,8</b>	238,08	<b>100,6</b>	176,77
	6		329,9		285,69		212,13
42,7	3					<b>82</b>	103,58
	4					<b>101,4</b>	138,11
	5					<b>119</b>	172,63
	6						207,16
45,05	3	<b>62,4</b>	152,68	<b>80,4</b>	132,22	<b>77</b>	98,18
	4		203,58	<b>107,4</b>	176,3	<b>87</b>	130,9
	5		254,47	<b>112</b>	220,37		163,63
	6		305,37		264,45		196,35
48	3			<b>62,3</b>	124,1	<b>88</b>	92,14
	4			<b>88,3</b>	165,46	<b>90</b>	122,86
	5				206,83	<b>115</b>	153,57
	6				248,2		184,28

## 5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ

Οι πραγματικές τιμές συγκρίθηκαν με τις θεωρητικές για να βγουν συμπεράσματα για τους παράγοντες που επηρεάζουν το βεληνεκές κάθε βολής στο συγκεκριμένο πείραμα.

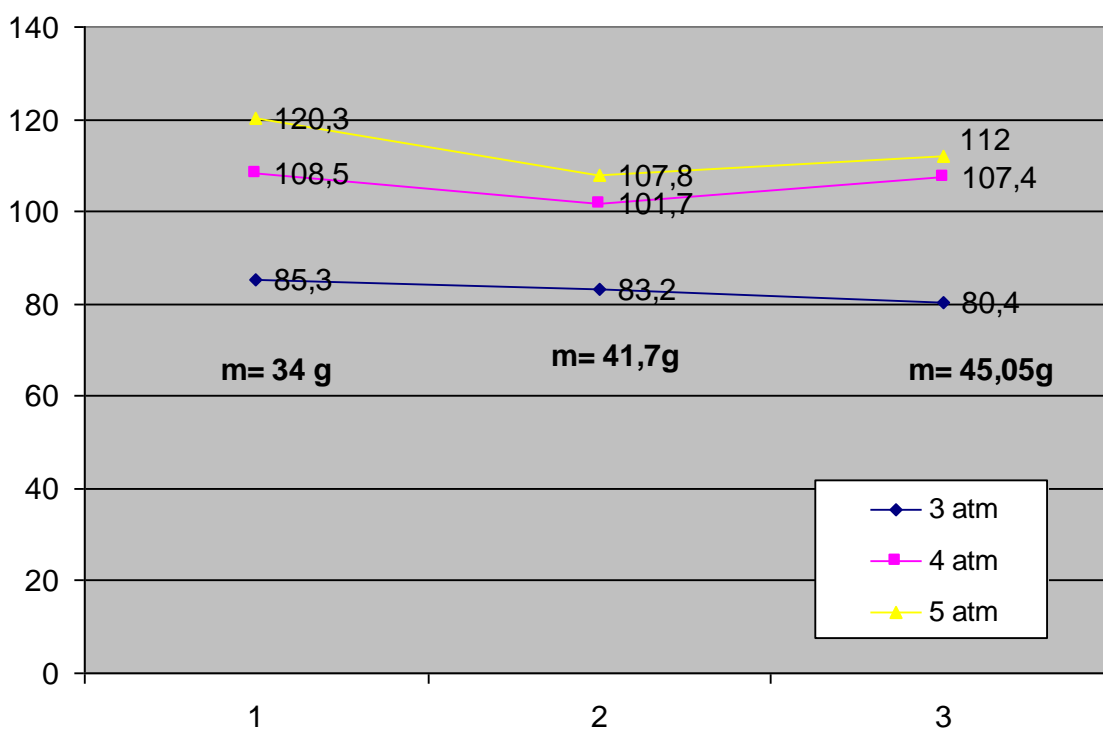
1. Καλύτερο βεληνεκές, θεωρητικά, στις 45 μοίρες γωνία. Με αυτήν τη γωνία βολής επιτυγχάνεται μέγιστο βεληνεκές.



2. Μικρή επίδραση έχει η μάζα της ρουκέτας, στο πείραμά μας, στο βεληνεκές της βολής.

Μεγάλες τιμές στο βεληνεκές (περίπου 120 μέτρα) επιτεύχθηκαν και με βαριές (45g) αλλά και με ελαφριές ρουκέτες (34g).

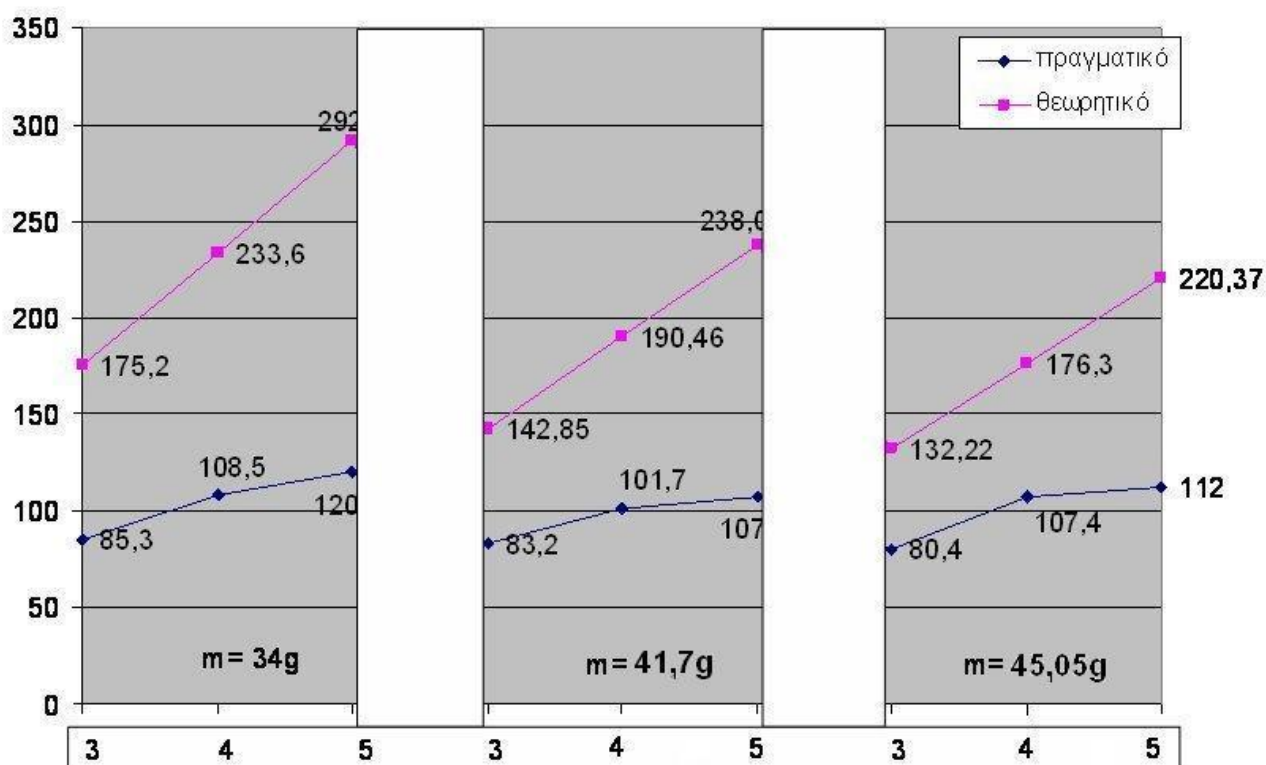
### σύγκριση βεληνεκών 30 μοιρών



3. Όσο πιο βαριά είναι η ρουκέτα, τόσο καλύτερη προσέγγιση επιτυγχάνει η πραγματική τιμή του βεληνεκούς στην θεωρητική τιμή.

Επίσης, καλύτερη προσέγγιση επιτυγχάνεται σε βολές με μικρότερη πίεση αέρα κατά την εκτόξευση.

### 30 μοίρες, σύγκριση θεωρητικού και πραγματικού βεληνεκούς



Αυτό φαίνεται στα διαγράμματα, από την απόσταση ανάμεσα στις δύο καμπύλες. Στο διάγραμμα που αντιστοιχεί στην πιο βαριά ρουκέτα ( $m= 45,05g$ ), η απόσταση των δύο καμπυλών (θεωρητικών και πραγματικών τιμών) είναι η μικρότερη σε σχέση με τις πιο ελαφριές ρουκέτες.

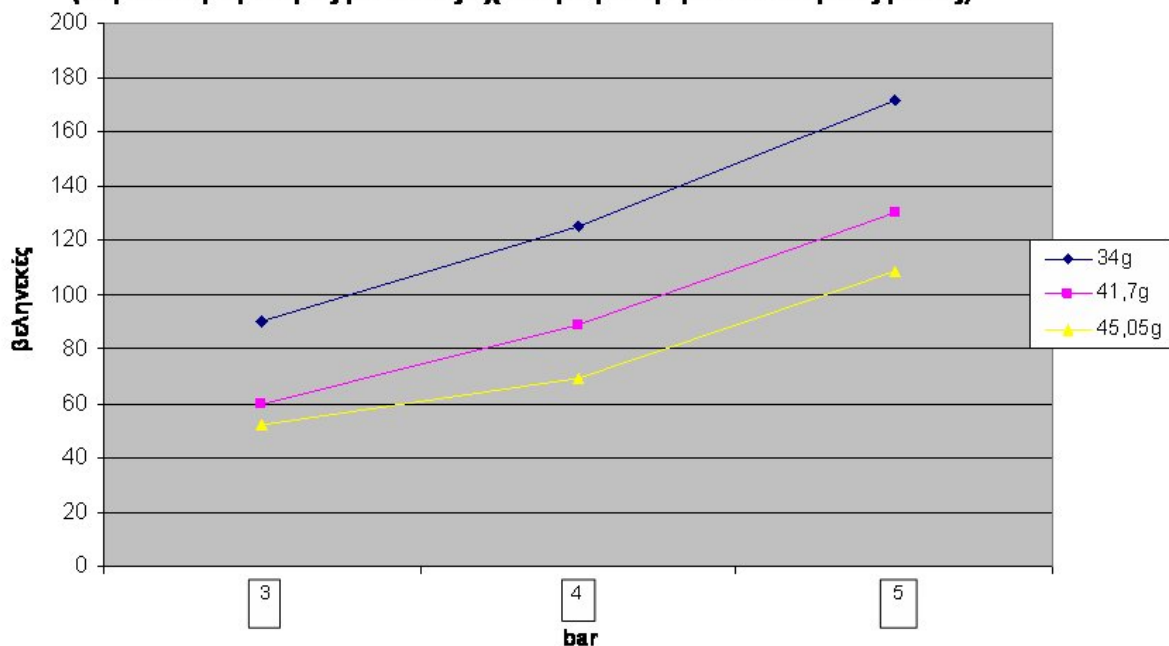
Επίσης, σε πίεση 3 atm, οι τιμές πραγματικού και θεωρητικού βεληνεκούς είναι πιο κοντά, σε σχέση με πίεση 4 ή 5 atm.

Οι τιμές 3, 4, 5 στον άξονα των x είναι οι τιμές της πίεσης σε Atm.

Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουμε αν συγκρίνουμε την διαφορά της πραγματικής τιμής του βεληνεκούς από την θεωρητική τιμή.

Δηλαδή, παρατηρείται μικρότερη απόκλιση πραγματικής τιμής βεληνεκούς από τη θεωρητική (Xθ-Xπ) για τις βαρύτερες ρουκέτες ...

**Διαφορά πραγματικής από τη θεωρητική τιμή στο βεληνεκές (Xθ-Xπ) -  
γωνία βολής 30 μοίρες  
(Συμπ: Οι βαρύτερες ρουκέτες έχουν μικρότερη απόκλιση στις βολές)**



Οι μικρότερες αποκλίσεις παρατηρήθηκαν για ρουκέτες μεγάλου βάρους (πχ. 50g) που βάλλονταν με γωνία 20 μοίρες.

Η καλύτερη προσέγγιση που πετύχαμε στην πραγματική με την θεωρητική τιμή ήταν για ρουκέτα 49g, με γωνία βολής 20 μοίρες και πίεση 3 bar.

Θεωρητικό βεληνεκές = 92,14 m

Πραγματικό βεληνεκές = 88 m

**Απόκλιση 4,5 % !!!**

Αιτία: Προφανώς στις συγκεκριμένες συνθήκες βολής ελαχιστοποιείται η επίδραση της αντίστασης του αέρα.

4. Οι βολές στις οποίες παρατηρήθηκε η μικρότερη **απόκλιση** πραγματικής από την θεωρητική τιμή, ήταν για μικρές γωνίες βολής (20 μοίρες).

Όσο μεγαλώνει η γωνία βολής, τόσο αυξάνει και η απόκλιση της πραγματικής τιμής του βεληνεκούς από την τιμή που προβλέπει η θεωρία.

μοίρες	45	30	20
μέση απόκλιση	52,61	48,24	28,06

#### Σχολιασμός:

Είναι προφανές ότι η μικρότερη απόκλιση που επιτυγχάνεται μεταξύ του θεωρητικού και του πραγματικού βεληνεκούς, στις συγκεκριμένες συνθήκες βολής (μεγάλη μάζα ρουκέτας, μικρή γωνία βολής, μικρή πίεση αέρα κατά την εκτόξευση) οφείλεται σε δύο λόγους, τους εξής:

1<sup>ος</sup>) Το **θεωρητικά υπολογιζόμενο βεληνεκές** είναι **μικρότερο**, για μικρή γωνία βολής αλλά και για βαρύτερες ρουκέτες. Έτσι, η τιμή του πραγματικού βεληνεκούς είναι πιο κοντά στην θεωρητική τιμή.

2<sup>ος</sup>) Στις συγκεκριμένες συνθήκες, επιτυγχάνεται **μικρότερη αρχική ταχύτητα βολής** και επομένως η **αντίσταση του αέρα** στην κίνηση είναι **μικρότερη**. (Μικρότερη αρχική ταχύτητα επιτυγχάνεται με βαριές ρουκέτες και με εκτοξεύσεις με μικρή πίεση αέρα, όπως προκύπτει από τον τύπο 8, στο μαθηματικό μέρος.)

Μικρότερη αντίσταση του αέρα σημαίνει καλύτερη προσέγγιση της πραγματικής τιμής βεληνεκούς στην θεωρητική τιμή.



## 6. ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΒΕΛΗΝΕΚΟΥΣ

Με βάση τη μέση απόκλιση, μπορούμε, εφόσον γνωρίζουμε το θεωρητικό βεληνεκές για συγκεκριμένες συνθήκες βολής, να κάνουμε μια εκτίμηση για το πραγματικό βεληνεκές, στις συνθήκες του πειράματός μας.

Το πραγματικό βεληνεκές θα υπολογιστεί από τον τύπο:

$$X_{\text{πραγ}} = X_{\text{θεωρ}} (100 - \text{μέση απόκλιση}) / 100$$

Η ακρίβεια της πρόβλεψης, εξαρτάται από την ακρίβεια στον υπολογισμό της απόκλισης.

Η τιμή της απόκλισης εξαρτάται από τη μάζα της ρουκέτας, από την πίεση κατά την εκτόξευση και από τη γωνία βολής.

Επομένως πρέπει να επιλέξουμε την σωστή τιμή της απόκλισης, αυτή που έχει υπολογιστεί για συνθήκες βολής που προσεγγίζουν τις συνθήκες για τις οποίες θέλουμε να εκτιμήσουμε το βεληνεκές. Για να επιλέξουμε την καλύτερη τιμή της απόκλισης πρέπει να συμβουλευτούμε τον πίνακα του παραρτήματος που ακολουθεί.

Προφανώς, ο πίνακας του παραρτήματος δεν είναι πλήρης. Η δυσκολία που αντιμετωπίσαμε ήταν ότι χρειάζονταν πάρα πολλές βολές για να βγάλουμε πιο ακριβή συμπεράσματα.

Εξάλλου, ένα ακόμα βασικό πρόβλημα ήταν ότι κάθε μέτρηση που πήραμε έγινε μία φορά. Ο λόγος ήταν ότι οι ρουκέτες μετά από μερικές ρίψεις, περίπου 10, καταστρέφονταν. Έτσι δεν ήταν δυνατό να κάνουμε πολλές επαναλήψεις στις ειδικές συνθήκες κάθε βολής, ώστε να έχουμε πιο ακριβείς τιμές στο βεληνεκές. Το γεγονός αυτό ερμηνεύει και κάποια ασάφεια που μπορεί να παρατηρείται στις τιμές μας.

## 7. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Στον παρακάτω πίνακα υπολογίζονται οι αποκλίσεις % της πραγματικής από την θεωρητική τιμή βεληνεκούς, για όσες μετρήσεις βεληνεκούς υπήρχαν.

		45		30		20		απόκλιση		
		πραγ	θεωρ	πραγ	θεωρ	πραγ	θεωρ	45	30	20
m	bar									
28,65	3			85	207,92	87,5	154,37			
	4				277,23		205,83			
	5				346,53		257,29			
	6				415,84		308,75			
31,5	3	68,5	218,02		188,8	102	140,41	68,5809		27,3556
	4	71,8	290,69		251,74		187,21	75,3001		
	5		363,36		314,67		234			
	6		436,03		377,6		280,81			
34	3	81	202,31	85,3	175,2	89,7	130,08	59,9624	51,3128	31,0424
	4		269,74	108,5	233,6	96	173,44		53,5531	44,6494
	5		337,18	120,3	292		216,81		58,8014	
	6		404,61		350,4		260,17			
39,25	3				151,79	76	112,68			32,5524
	4				202,35	83	150,24			44,7551
	5				252,94	109	187,81			41,9626
	6				303,53		225,37			
41,7	3	78	164,95	83,2	142,85	83	106,06	52,7129	41,7571	21,7424
	4		219,93	101,7	190,46		141,42		46,603	
	5		274,92	107,8	238,08	100,6	176,77		54,7211	43,0899
	6		329,9		285,69		212,13			
42,7	3					82	103,58			20,8341
	4					101,4	138,11			26,5803
	5					119	172,63			31,0664
	6						207,16			
45,05	3	62,4	152,68	80,4	132,22	77	98,18	59,1302	39,1923	21,5726
	4		203,58	107,4	176,3	87	130,9		39,0811	33,5371
	5		254,47	112	220,37		163,63		49,1764	
	6		305,37		264,45		196,35			
48	3			62,3	124,1	88	92,14		49,7985	4,49316
	4			88,3	165,46	90	122,86		46,6336	26,7459
	5				206,83	115	153,57			25,1156
	6				248,2		184,28			
								315,687	530,63	477,095
								μέση απόκλιση 52,6144	48,2391	28,0644
								μοίρες 45	30	20
								μοίρες 45	30	20
								μέση απόκλιση 52,61	48,24	28,06